Исследовать сходимость числового ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{7^n} \cdot n^3$$

Решение.

Поскольку общий член ряда содержит показательные функции 2^n и 7^n, то применим к этому ряду признак Даламбера.

$$U_n = \left(\frac{2}{7}\right)^n \cdot n^3, \quad U_{n+1} = \left(\frac{2}{7}\right)^{n+1} \cdot (n+1)^3.$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{U_{n+1}}{U_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left(\frac{2}{7}\right)^{n+1} \cdot (n+1)^3}{\left(\frac{2}{7}\right)^n \cdot n^3} = \frac{2}{7} \cdot \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^3}{n^3} =$$

$$= \frac{2}{7} \cdot \lim_{n\to\infty} \frac{n^3 \cdot \left(1 + \frac{1}{n}\right)^3}{n^3} = \frac{2}{7} \lim \left(1 + \frac{1}{n}\right)^3 = \frac{2}{7}.$$

Так как $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{U_{n+1}}{U_n} = \frac{2}{7} < 1$, то по признаку Даламбера ряд сходится.

Ответ: ряд сходится.