# ВАРИАНТЫ
# КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

**по дисциплине**

## «ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»

для студентов бакалавриата II курса всех направлений

на 2012/2013 уч. год

Ниже приводятся только варианты контрольных работ по данной дисциплине и указания по их выполнению, взятые из учебно-методического пособия: Теория вероятностей и математическая статистика. Учебно-методическое пособие для студентов II курса направлений «Экономика», «Менеджмент», «Бизнес-информатика» / Под ред. проф. Н.Ш. Кремера. – М.: ВЗФЭИ, 2010.

Полностью указанное пособие приводится в разделе сайта ЗФЭИ «Образовательные ресурсы». В этом пособии, кроме приведенных здесь вариантов контрольных работ и указаний по их выполнению, представлены методические рекомендации по изучению дисциплины, типовые задачи (с решениями и для самоподготовки) и вопросы для самопроверки.

## Основные требования к выполнению и оформлению контрольной работы

Прежде, чем приступить к решению задачи, необходимо переписать ее условие, а затем после слова «Решение» привести решение, к каждому этапу которого должны быть даны развернутые объяснения, описание вводимых обозначений. Используемые формулы и теоремы должны записываться с необходимыми пояснениями. Окончательный ответ следует выделить и сформулировать словесно.

Все расчеты нужно проводить тщательно с учетом правил приближенных вычислений[1]. Учитывая, что используемые при решении задач таблицы четырехзначные, все промежуточные вычисления следует проводить с четырьмя верными знаками после запятой, а окончательный ответ дать с тремя верными знаками, правильно округлив полученный до этого результат.

При выполнении громоздких расчетов, связанных с обработкой вариационных рядов и корреляционных таблиц, рекомендуется пользоваться упрощенной схемой вычислений ([1], § 8.4, § 12.2).

В конце работы указывается список использованной литературы, ставится дата окончания работы и подпись. Поля в тетради, где выполняется работа, должны быть не менее 3 см.

Зачетные контрольные работы хранятся у студента и обязательно предъявляются на экзамене. В случае успешной сдачи экзамена эти работы остаются у экзаменатора.

Ниже приведены варианты заданий контрольной работы. ***Индивидуальный номер варианта соответствует последней цифре номера личного дела студента, который совпадает с номером зачетной книжки и студенческого билета.***

Контрольная работа не рассматривается, если ее вариант не совпадает с последней цифрой номера личного дела студента или она выполнена по вариантам прошлых лет.

---

[1] Математический анализ. Математика 1./ Под ред. проф. Н.Ш. Кремера. Учебно-методическое пособие для студентов первого курса бакалавриата, обучающихся по направлениям «080100.62 «Экономика», 080500.62 «Менеджмент» и 080700.62 «Бизнес-информатика» / Под ред. проф. Н.Ш. Кремера. М.: ВЗФЭИ, 2011.с. 8 - 10.

# ВАРИАНТ 1

**1.** Из 40 вопросов курса высшей математики студент знает 32. На экзамене ему случайным образом предлагаются два вопроса.

Какова вероятность того, что студент ответит правильно:

а) хотя бы на один вопрос;

б) на оба вопроса?

**2.** Человек, проходящий мимо киоска, покупает газету с вероятностью 0,2.

Найти вероятность того, что из 400 человек, прошедших мимо киоска в течение часа:

а) купят газету 90 человек;

б) не купят газету от 300 до 340 человек (включительно).

**3.** Пульт охраны связан с тремя охраняемыми объектами. Вероятность поступления сигнала с этих объектов составляет 0,2, 0,3 и 0,6 соответственно. Составить закон распределения случайной величины – числа объектов, с которых поступит сигнал. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

**4.** С целью определения средней продолжительности обслуживания клиентов в пенсионном фонде, число клиентов которого очень велико, по схеме собственно-случайной бесповторной выборки проведено обследование 100 клиентов. Результаты обследования представлены в таблице.

| Время обслуживания, мин. | Менее 2 | 2–4 | 4–6 | 6–8 | 8–10 | 10–12 | Более 12 | Итого |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Число клиентов | 6 | 10 | 21 | 39 | 15 | 6 | 3 | 100 |

Найти:

а) границы, в которых с вероятностью 0,9946 заключено среднее время обслуживания всех клиентов пенсионного фонда;

б) вероятность того, что доля всех клиентов фонда с продолжительностью обслуживания менее 6 минут отличается от доли таких клиентов в выборке не более чем на 0,1 (по абсолютной величине);

в) объем повторной выборки, при котором с вероятностью 0,9907 можно утверждать, что доля всех клиентов фонда с продолжительностью обслуживания менее 6 минут отличается от доли таких клиентов в выборке не более чем на 10% (по абсолютной величине).

**5.** Распределение 50 предприятий пищевой промышленности по степени автоматизации производства $X$ (%) и росту производительности труда $Y$ (%) представлено в таблице.

| $y$ / $x$ | 5–9 | 9–13 | 13–17 | 17–21 | 21–25 | Итого |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 15–21 | 3 | 2 | 1 | | | 6 |
| 21–27 | 1 | 2 | 3 | 2 | | 8 |
| 27–33 | | 2 | 7 | 3 | | 12 |
| 33–39 | | 2 | 5 | 8 | | 15 |
| 39–45 | | | 2 | 2 | 1 | 5 |
| 45–51 | | | | 2 | 2 | 4 |
| Итого | 4 | 8 | 18 | 17 | 3 | 50 |

Необходимо:

1. Вычислить групповые средние $\bar{x}_i$ и $\bar{y}_j$, построить эмпирические линии регрессии.

2. Предполагая, что между переменными $X$ и $Y$ существует линейная корреляционная зависимость:

а) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать экономическую интерпретацию полученных уравнений;

б) вычислить коэффициент корреляции; на уровне значимости α = 0,05 оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными $X$ и $Y$;

в) используя соответствующее уравнение регрессии, оценить средний рост производительности труда при степени автоматизации производства 43%.

## ВАРИАНТ 2

**1.** На складе имеется 20 приборов, из которых два неисправны. При отправке потребителю проверяется исправность приборов.

Найти вероятность того, что три первых проверенных прибора окажутся исправными.

**2.** При выпуске телевизоров количество экземпляров высшего качества в среднем составляет 80%. Выпущено 400 телевизоров.

Найти:

а) вероятность того, что 300 из выпущенных телевизоров высшего качества;

б) границы, в которых с вероятностью 0,9907 заключена доля телевизоров высшего качества.

**3.** В партии из восьми деталей шесть стандартных. Наугад отбирают две детали. Составить закон распределения случайной величины – числа стандартных деталей среди отобранных. Найти ее математическое ожидание, дисперсию и функцию распределения.

**4.** Из 1560 сотрудников предприятия по схеме собственно-случайной бесповторной выборки отобрано 100 человек для получения статистических данных о пребывании на больничном листе в течение года. Полученные данные представлены в таблице.

| Количество дней пребывания на больничном листе | Менее 3 | 3–5 | 5–7 | 7–9 | 9–11 | Более 11 | Итого |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Число сотрудников | 6 | 13 | 24 | 39 | 8 | 10 | 100 |

Найти:

а) вероятность того, что среднее число дней пребывания на больничном листе среди сотрудников предприятия отличается от их среднего числа в выборке не более чем на один день (по абсолютной величине);

б) границы, в которых с вероятностью 0,95 заключена доля всех сотрудников, пребывающих на больничном листе не более семи дней;

в) объем бесповторной выборки, при котором те же границы для доли (см. п. *б*)) можно гарантировать с вероятностью 0,98.

**5.** Распределение 110 образцов полимерных композиционных материалов по содержанию в них нефтешламов $X$ (%) и водопоглощению $Y$ (%) представлено в таблице.

| $y$ / $x$ | 15–25 | 25–35 | 35–45 | 45–55 | 55–65 | 65–75 | Итого |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5–15 | 17 | 4 | | | | | 21 |
| 15–25 | 3 | 18 | 3 | | | | 24 |
| 25–35 | | 2 | 15 | 5 | | | 22 |
| 35–45 | | | 3 | 13 | 7 | | 23 |
| 45–55 | | | | | 6 | 14 | 20 |
| Итого | 20 | 24 | 21 | 18 | 13 | 14 | 110 |

Необходимо:

1. Вычислить групповые средние $\overline{x}_i$ и $\overline{y}_j$, построить эмпирические линии регрессии.

2. Предполагая, что между переменными $X$ и $Y$ существует линейная корреляционная зависимость:

а) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать содержательную интерпретацию полученных уравнений;

б) вычислить коэффициент корреляции; на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными $X$ и $Y$;

в) используя соответствующее уравнение регрессии, оценить средний процент водопоглощения в образцах, содержащих 35% нефтешламов.

# ВАРИАНТ 3

**1.** Для сигнализации об аварии установлены три независимо работающих устройства. Вероятность того, что при аварии сработает первое устройство, равна 0,9, второе – 0,95, третье – 0,85.
Найти вероятность того, что при аварии сработает:

а) только одно устройство;

б) два устройства;

в) хотя бы одно устройство.

**2.** В каждом испытании некоторое событие $A$ происходит с вероятностью $p = 0{,}5$. Произведено 1600 независимых испытаний.

Найти границы для частости, симметричные относительно $p$, которые можно гарантировать с вероятностью 0,95.

**3.** На двух станках получают детали одинаковой номенклатуры. Случайные величины $X$ и $Y$ – число бракованных деталей в партиях деталей за смену, произведенных на каждом из станков, – характеризуются следующими законами распределения:

| $X$: | $x_i$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| | $p_i$ | 0,3 | 0,5 | 0,2 |

| $Y$: | $y_j$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|
| | $p_j$ | 0,6 | 0,3 | 0,1 |

Составить закон распределения случайной величины $Z$ – общего числа бракованных деталей в объединенной партии деталей, произведенных на двух станках. Найти ее математическое ожидание, дисперсию и функцию распределения.

**4.** В некотором городе по схеме собственно-случайной бесповторной выборки было обследовано 80 магазинов розничной торговли из 2500 с целью изучения объема розничного товарооборота. Получены следующие данные.

| Товарооборот, у.е. | Менее 60 | 60–70 | 70–80 | 80–90 | 90–100 | Более 100 | Итого |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Число магазинов | 12 | 19 | 23 | 18 | 5 | 3 | 80 |

Найти:

а) вероятность того, что средний объем розничного товарооборота во всех магазинах города отличается от среднего объема розничного товарооборота, полученного в выборке, не более чем на 4 у.е. (по абсолютной величине);

б) границы, в которых с вероятностью 0,98 заключена доля всех магазинов с объемом розничного товарооборота от 60 до 90 у.е.;

в) объем бесповторной выборки, при котором те же границы для среднего объема розничного товарооборота (см. п. *а*) можно гарантировать с вероятностью 0,95.

**5.** Имеются следующие выборочные данные о рыночной стоимости квартир *Y* (тыс. у.е.) и их общей площади *X* (м²).

| y / x | 13–18 | 18–23 | 23–28 | 28–33 | 33–38 | Итого |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 33–49 | 4 | 2 | 1 | | | 7 |
| 49–65 | 2 | 6 | 4 | 1 | | 13 |
| 65–81 | 1 | 4 | 9 | 4 | 1 | 19 |
| 81–97 | | | 3 | 6 | 3 | 12 |
| 97–113 | | | 1 | 3 | 5 | 9 |
| Итого | 7 | 12 | 18 | 14 | 9 | 60 |

Необходимо:

1. Вычислить групповые средние $\bar{x}_i$ и $\bar{y}_j$, построить эмпирические линии регрессии.

2. Предполагая, что между переменными *X* и *Y* существует линейная корреляционная зависимость:

а) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать экономическую интерпретацию полученных уравнений;

б) вычислить коэффициент корреляции; на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными *X* и *Y*;

в) используя соответствующее уравнение регрессии, оценить среднюю стоимость квартиры общей площадью 75 м².

# ВАРИАНТ 4

**1.** В магазине в течение дня было продано 20 из 25 микроволновых печей трех различных производителей, имевшихся в количествах 5, 7 и 13 штук.

Какова вероятность того, что остались нераспроданными микроволновые печи одной марки, если вероятность быть проданной для каждой марки печи является одинаковой?

**2.** По статистике, в среднем каждая четвертая семья в регионе имеет компьютер.

Найти вероятность того, что из восьми наудачу выбранных семей имеют компьютер:

а) две семьи;

б) хотя бы две семьи.

**3.** Двигаясь по маршруту, автомобиль преодолевает два регулируемых перекрестка. Первый перекресток он преодолевает без остановки с вероятностью 0,4 и при этом условии второй перекресток проезжает без остановки с вероятностью 0,3. Если же на первом перекрестке автомобиль совершил остановку, то второй он проезжает без остановки с вероятностью 0,8.

Составить закон распределения случайной величины $X$ – числа перекрестков, преодолеваемых автомобилем без остановки. Найти ее математическое ожидание, дисперсию и функцию распределения.

**4.** В результате выборочного обследования российских автомобилей, обслуживающихся в автосервисе по гарантии, по схеме собственно-случайной бесповторной выборки из 280 автомобилей были отобраны 60. Полученные данные о пробеге автомобилей с момента покупки до первого гарантийного ремонта представлены в таблице.

| Пробег, тыс.км | Менее 1 | 1–2 | 2–3 | 3–4 | 4–5 | 5–6 | Более 6 | Итого |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Число автомобилей | 3 | 5 | 9 | 16 | 13 | 8 | 6 | 60 |

Найти:

а) вероятность того, что средний пробег всех автомобилей отличается от среднего пробега автомобилей в выборке не более чем на 400 км (по абсолютной величине);

б) границы, в которых с вероятностью 0,95 заключена доля всех автомобилей, пробег которых составляет менее 3 тыс. км;

в) объем бесповторной выборки, при котором те же границы для доли (см. п. *б*), можно гарантировать с вероятностью 0,9876.

**5.** Распределение 60 банков по величине процентной ставки $X$ (%) и размеру выданных кредитов $Y$ (млн. руб.) представлено в таблице.

| $x$ \ $y$ | 2–5 | 5–8 | 8–11 | 11–14 | 14–17 | Итого |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 11–13 | | | | 1 | 6 | 7 |
| 13–15 | | | 4 | 7 | 3 | 14 |
| 15–17 | | 1 | 11 | 5 | 1 | 18 |
| 17–19 | 4 | 5 | 2 | | | 11 |
| 19–21 | 8 | 2 | | | | 10 |
| Итого | 12 | 8 | 17 | 13 | 10 | 60 |

Необходимо:

1. Вычислить групповые средние $\bar{x}_i$ и $\bar{y}_j$, построить эмпирические линии регрессии.

2. Предполагая, что между переменными $X$ и $Y$ существует линейная корреляционная зависимость:

а) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать экономическую интерпретацию полученных уравнений;

б) вычислить коэффициент корреляции; на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными $X$ и $Y$;

в) используя соответствующее уравнение регрессии, определить средний размер выданного банком кредита, процентная ставка которого равна 16%.

# ВАРИАНТ 5

**1.** Ребенок играет кубиками, на которых написаны буквы: О, А, К, И, А, Р, Ш.

Найти вероятность того, что произвольно поставленные в ряд пять букв образуют слово «ШАРИК».

**2.** При тестировании качества радиодеталей установлено, что на каждые 10 000 радиодеталей в среднем приходится четыре бракованных.

Определить вероятность того, что при проверке 5000 радиодеталей будет обнаружено:

а) не менее трех бракованных деталей;

б) не менее одной и не более трех бракованных деталей.

**3.** Независимые случайные величины $X$ и $Y$ заданы законами распределения:

*X:*

| $x_i$ | –1 | 4 |
|---|---|---|
| $p_i$ | 0,3 | ? |

*Y:*

| $y_j$ | –2 | 0 | 3 |
|---|---|---|---|
| $p_j$ | 0,1 | 0,4 | ? |

Найти вероятности $P(X=4)$ и $P(Y=3)$. Составить закон распределения случайной величины $Z=2X(Y+3)$ и проверить свойство математического ожидания $M[2X(Y+3)]=2M(X)M(Y)+6M(X)$.

**4.** В филиале заочного вуза обучается 2000 студентов. Для изучения стажа работы студентов по специальности по схеме собственно-случайной бесповторной выборки отобрано 100 студентов. Полученные данные о стаже работы студентов по специальности представлены в таблице.

| Стаж работы по специальности, лет | Менее 2 | 2–4 | 4–6 | 6–8 | 8–10 | 10–12 | Более 12 | Итого |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Количество студентов | 10 | 19 | 24 | 27 | 12 | 5 | 3 | 100 |

Найти:

а) вероятность того, что доля всех студентов филиала, имеющих стаж работы менее шести лет, отличается от выборочной доли таких студентов не более чем на 0,05 (по абсолютной величине);

б) границы, в которых с вероятностью 0,997 заключен средний стаж работы по специальности всех студентов филиала;

в) объем бесповторной выборки, при котором те же границы для среднего стажа работы по специальности (см. п. *б*) можно гарантировать с вероятностью 0,9898.

**5.** Распределение 100 предприятий по количеству работников $Y$ (чел.) и величине средней месячной надбавки к заработной плате $X$ (%) представлено в таблице.

| $x$ \ $y$ | 10–20 | 20–30 | 30–40 | 40–50 | 50–60 | Итого |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 7,5–12,5 | | | | 6 | 4 | 10 |
| 12,5–17,5 | | | 6 | 6 | 2 | 14 |
| 17,5–22,5 | | | 10 | 2 | | 12 |
| 22,5–27,5 | 3 | 6 | 8 | 2 | | 19 |
| 27,5–32,5 | 4 | 11 | 10 | | | 25 |
| 32,5–37,5 | 10 | 6 | 4 | | | 20 |
| Итого | 17 | 23 | 38 | 16 | 6 | 100 |

Необходимо:

1. Вычислить групповые средние $\bar{x}_i$ и $\bar{y}_j$, построить эмпирические линии регрессии.

2. Предполагая, что между переменными $X$ и $Y$ существует линейная корреляционная зависимость:

а) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать экономическую интерпретацию полученных уравнений;

б) вычислить коэффициент корреляции; на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными $X$ и $Y$;

в) используя соответствующее уравнение регрессии, оценить среднюю месячную надбавку к заработной плате при числе работников предприятия 46 человек.

# ВАРИАНТ 6

**1.** Вероятности того, что каждый из трех кассиров занят обслуживанием покупателей, равны соответственно 0,7; 0,8; 0,9.

Найти вероятность того, что в данный момент заняты обслуживанием покупателей:

а) все кассиры;

б) только один кассир;

в) хотя бы один кассир.

**2.** На заочном отделении вуза 80% всех студентов работают по специальности.

Какова вероятность того, что из пяти отобранных случайным образом студентов по специальности работают:

а) два студента;

б) хотя бы один студент?

**3.** У торгового агента имеется пять адресов потенциальных покупателей, к которым он обращается с предложением приобрести реализуемый его фирмой товар. Вероятность согласия потенциальных покупателей оценивается соответственно как 0,5; 0,4; 0,4; 0,3; 0,25. Агент обращается к ним в указанном порядке до тех пор, пока кто-нибудь не согласится приобрести товар.

Составить закон распределения случайной величины – числа покупателей, к которым придется обратиться торговому агенту. Найти математическое ожидание и дисперсию этой величины.

**4.** Имеются выборочные данные о распределении вкладчиков по размеру вклада в Сбербанке города.

| Размер вклада тыс. руб. | До 40 | 40–60 | 60–80 | 80–100 | Свыше 100 | Итого |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Число вкладов | 32 | 56 | 92 | 120 | 100 | 400 |

Найти:

а) вероятность того, что средний размер вклада в Сбербанке отличается от среднего размера вклада в выборке не более чем на 5 тыс. руб. (по абсолютной величине);

б) границы, в которых с вероятностью 0,95 заключена доля всех вкладов, размер которых менее 60 тыс. руб.;

в) объем повторной выборки, при которой те же границы для доли вкладов (см. п. *б*) можно гарантировать с вероятностью 0,9876; дать ответ на тот же вопрос, если никаких предварительных данных о рассматриваемой доле нет.

**5.** Распределение 110 предприятий по стоимости основных производственных фондов *X* (млн. руб.) и стоимости произведенной продукции *Y* (млн. руб.) представлено в таблице.

| y / x | 15–25 | 25–35 | 35–45 | 45–55 | 55–65 | 65–75 | Итого |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5–15 | 17 | 4 | | | | | 21 |
| 15–25 | 3 | 18 | 3 | | | | 24 |
| 25–35 | | 2 | 15 | 5 | | | 22 |
| 35–45 | | | 3 | 13 | 7 | | 23 |
| 45–55 | | | | | 6 | 14 | 20 |
| Итого | 20 | 24 | 21 | 18 | 13 | 14 | 110 |

Необходимо:

1. Вычислить групповые средние $\bar{x}_i$ и $\bar{y}_j$, построить эмпирические линии регрессии.

2. Предполагая, что между переменными *X* и *Y* существует линейная корреляционная зависимость:

а) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать экономическую интерпретацию полученных уравнений;

б) вычислить коэффициент корреляции; на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными *X* и *Y*;

в) используя соответствующее уравнение регрессии, определить среднюю стоимость произведенной продукции, если стоимость основных производственных фондов составляет 45 млн. руб.

# ВАРИАНТ 7

**1.** В цехе изготавливаются однотипные изделия на трех станках, которые производят соответственно 50, 35 и 15% изделий от общего их числа. Брак составляет соответственно 2, 3 и 5%. Наудачу взятое изделие из партии нерассортированной продукции оказалось бракованным.

На каком станке вероятнее всего изготовлено это изделие?

**2.** Вероятность того, что менеджер фирмы находится в командировке, равна 0,7.

Найти вероятность того, что из пяти менеджеров находятся в командировке:

а) не менее трех менеджеров;

б) два менеджера.

**3.** В стопке из шести книг три книги по математике и три по информатике. Выбирают наудачу три книги.

Составить закон распределения числа книг по математике среди отобранных. Найти математическое ожидание и функцию распределения этой случайной величины.

**4.** В результате выборочного обследования 100 предприятий региона из 500 по схеме собственно-случайной бесповторной выборки получено следующее распределение снижения затрат на производство продукции в процентах к предыдущему году.

| Процент снижения затрат (%) | 4–6 | 6–8 | 8–10 | 10–12 | 12–14 | 14–16 | Итого |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Число предприятий | 6 | 20 | 31 | 24 | 13 | 6 | 100 |

Найти:

а) границы, в которых с вероятностью 0,907 будет находиться средний процент снижения затрат на всех 500 предприятиях;

б) вероятность того, что доля всех предприятий, затраты которых снижены не менее чем на 10%, отличается от доли таких предприятий в выборке не более чем на 0,04 (по абсолютной величине);

в) объем бесповторной выборки, при котором те же границы для среднего процента снижения затрат (см. п. *а*) можно гарантировать с вероятностью 0,9876.

**5.** Распределение 60 предприятий по объему инвестиций в развитие производства $X$ (млн. руб.) и получаемой за год прибыли $Y$ (млн.руб.) представлено в таблице.

| $x$ \ $y$ | 0–0,8 | 0,8–1,6 | 1,6–2,4 | 2,4–3,2 | 3,2–4,0 | Итого |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 2–4 | 2 | 2 | | | | 4 |
| 4–6 | 2 | 7 | 10 | | | 19 |
| 6–8 | | 2 | 17 | 7 | | 26 |
| 8–10 | | | 4 | 3 | 2 | 9 |
| 10–12 | | | | | 2 | 2 |
| Итого | 4 | 11 | 31 | 10 | 4 | 60 |

Необходимо:

1. Вычислить групповые средние $\bar{x}_i$ и $\bar{y}_j$, построить эмпирические линии регрессии.

2. Предполагая, что между переменными $X$ и $Y$ существует линейная корреляционная зависимость:

а) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать экономическую интерпретацию полученных уравнений;

б) вычислить коэффициент корреляции; на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными $X$ и $Y$;

в) используя соответствующее уравнение регрессии, оценить среднюю полученную прибыль при объеме инвестиций 5 млн. руб.

# ВАРИАНТ 8

**1.** В двух ящиках находится по 16 деталей. Причем в первом ящике находится 9 стандартных деталей, а во втором – 12. Из первого ящика наугад извлекли одну деталь и переложили во второй ящик.

Найти вероятность того, что деталь, наугад извлеченная после этого из второго ящика, будет стандартной.

**2.** Электронная система состоит из 2000 элементов. Вероятность отказа любого из них в течение года равна 0,001 и не зависит от состояния других элементов.

Найти вероятность отказа за год работы:

а) двух элементов;

б) не менее двух элементов.

**3.** Даны две случайные величины $X$ и $Y$, причем $X$ имеет биномиальное распределение с параметрами $p = 0{,}2$ и $n = 5$, а $Y$ – распределение Пуассона с параметром $\lambda = 0{,}5$. Пусть $Z = 2X - Y$.

Необходимо:

а) найти математическое ожидание $M(Z)$ и дисперсию $D(Z)$;

б) оценить вероятность $P(1 \le Z \le 2)$ с помощью неравенства Чебышева.

**4.** С целью изучения дневной выработки ткани (м) по схеме собственно-случайной бесповторной выборки было отобрано 100 ткачих комбината из 2000. Результаты обследования представлены в таблице.

| Дневная выработка, м | Менее 55 | 55–65 | 65–75 | 75–85 | 85–95 | 95–105 | Более 105 | Итого |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Число ткачих | 8 | 7 | 15 | 35 | 20 | 8 | 7 | 100 |

Найти:

а) границы, в которых с вероятностью 0,9883 заключена средняя дневная выработка всех ткачих комбината;

б) вероятность того, что доля ткачих комбината, вырабатывающих в день не менее 85 м ткани, отличается от доли таких ткачих в выборке не более чем на 0,05 (по абсолютной величине);

в) объем бесповторной выборки, при котором те же границы для средней дневной выработки (см. п. *а*) можно гарантировать с вероятностью 0,9942.

**5.** Распределение 50 однотипных предприятий по основным фондам $X$ (млн. руб.) и себестоимости единицы продукции $Y$ (млн. руб.) представлено в таблице.

| $x$ \ $y$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Итого |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 30–80 | | | 1 | 2 | 3 | 6 |
| 80–130 | | | 1 | 4 | 3 | 8 |
| 130–180 | | 4 | 8 | 3 | 1 | 16 |
| 180–230 | 2 | 5 | 4 | | | 11 |
| 230–280 | 3 | 4 | 2 | | | 9 |
| Итого | 5 | 13 | 16 | 9 | 7 | 50 |

Необходимо:

1. Вычислить групповые средние $\bar{x}_i$ и $\bar{y}_j$, построить эмпирические линии регрессии.

2. Предполагая, что между переменными $X$ и $Y$ существует линейная корреляционная зависимость:

а) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать экономическую интерпретацию полученных уравнений;

б) вычислить коэффициент корреляции; на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными $X$ и $Y$;

в) используя соответствующее уравнение регрессии, определить среднюю себестоимость выпускаемой продукции на предприятии с основными фондами 270 млн. руб.

# ВАРИАНТ 9

**1.** Даны отрезки длиной 2, 5, 6 и 10 см.

Какова вероятность того, что из трех наудачу взятых отрезков можно построить треугольник?

**2.** Вероятность поражения мишени стрелком равна 0,8.

Что вероятнее: поразить мишень семь раз при десяти выстрелах или 140 раз при двухстах выстрелах?

**3.** Вероятность наличия нужного покупателю товара в первом магазине равна 0,6, во втором – 0,7, в третьем – 0,8, в четвертом – 0,85. Покупатель в указанной последовательности посещает эти магазины до тех пор, пока не найдет нужный ему товар.

Составить закон распределения случайной величины $X$ – числа магазинов, которые придется посетить покупателю.

Найти:

а) функцию распределения случайной величины $X$ и построить ее график;

б) ее математическое ожидание и дисперсию.

**4.** Для планирования бюджета предприятия на следующий год было проведено выборочное обследование использования амортизационного фонда. По схеме собственно-случайной бесповторной выборки из 500 выплат были отобраны 100 и получены следующие данные.

| Величина выплаты (руб.) | Менее 1000 | 1000–2000 | 2000–3000 | 3000–4000 | 4000–5000 | 5000–6000 | Итого |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Число выплат | 3 | 13 | 33 | 26 | 17 | 8 | 100 |

Найти:

а) вероятность того, что средняя выплата отличается от средней выплаты в выборке не более чем на 100 руб.;

б) границы, в которых с вероятностью 0,9281 заключена доля всех выплат, величина которых не превышает 4000 руб.;

в) объем бесповторной выборки, при котором те же границы для доли (см. п. *б*) можно гарантировать с вероятностью 0,9545.

**5.** Распределение 50 городов по численности населения $X$ (тыс. чел.) и среднемесячному доходу на одного человека $Y$ (тыс. руб.) представлено в таблице.

| $x$ \ $y$ | 3–4 | 4–5 | 5–6 | 6–7 | 7–8 | Более 8 | Итого |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 30–50 | 1 | 1 | 3 | | | | 5 |
| 50–70 | | 2 | 5 | 1 | | | 8 |
| 70–90 | | 1 | 1 | 6 | 2 | 2 | 12 |
| 90–110 | | | 4 | 9 | | | 13 |
| 110–130 | | | 2 | 2 | 5 | | 9 |
| Более 130 | | | | | 2 | 1 | 3 |
| Итого: | 1 | 4 | 15 | 18 | 9 | 3 | 50 |

Необходимо:

1. Вычислить групповые средние $\bar{x}_i$ и $\bar{y}_j$, построить эмпирические линии регрессии.

2. Предполагая, что между переменными $X$ и $Y$ существует линейная корреляционная зависимость:

а) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать экономическую интерпретацию полученных уравнений;

б) вычислить коэффициент корреляции; на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными $X$ и $Y$;

в) используя соответствующее уравнение регрессии, оценить средний доход на одного человека в городе с населением 100 тыс. человек.

# ВАРИАНТ 10

**1.** На первом станке обработано 20 деталей, из них семь с дефектами, на втором – 30, из них четыре с дефектами, на третьем – 50 деталей, из них 10 с дефектами. Все детали сложены вместе. Наудачу взятая деталь оказалась без дефектов.

Какова вероятность того, что она обработана на третьем станке?

**2.** Сколько семян следует взять, чтобы с вероятностью 0,9545 быть уверенным, что частость взошедших семян будет отличаться от вероятности $p = 0{,}9$ не более чем на 0,02 (по абсолютной величине)?

**3.** Одна из случайных величин ($X$) задана законом распределения:

$X$:

| $x_i$ | 0 | 1 | 3 |
|---|---|---|---|
| $p_i$ | 0,2 | 0,3 | 0,5 |

а другая ($Y$) имеет биномиальное распределение с параметрами $n = 2$, $p = 0{,}4$. Составить закон распределения их разности. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

**4.** По схеме собственно-случайной бесповторной выборки проведено 10%-ное обследование строительных организаций региона по объему выполненных работ. Результаты представлены в таблице.

| Объем работ (млн. руб.) | Менее 56 | 56–60 | 60–64 | 64–68 | 68–72 | Более 72 | Итого |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Число организаций | 9 | 11 | 19 | 30 | 18 | 13 | 100 |

Найти:

а) границы, в которых с вероятностью 0,9973 заключен средний объем выполненных работ всех строительных организаций региона;

б) вероятность того, что доля всех строительных организаций, объем работ которых составляет не менее 60 млн. руб., отличается от доли таких организаций в выборке не более чем на 0,05 (по абсолютной величине);

в) объем бесповторной выборки, при котором те же границы для среднего объема выполненных работ (см. п. *а*) можно гарантировать с вероятностью 0,9876.

**5.** Распределение 100 средних фермерских хозяйств по числу наемных рабочих $X$ (чел.) и их среднемесячной заработной плате на одного человека $Y$ (тыс. руб.) представлено в таблице.

| $x$ \ $y$ | 10–20 | 20–30 | 30–40 | 40–50 | 50–60 | Свыше 60 | Итого |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 102 | | | | | | 10 | 10 |
| 103 | | | | | 6 | 15 | 21 |
| 104 | | | 10 | 11 | 8 | | 29 |
| 105 | | | 8 | 3 | | | 11 |
| 106 | | 5 | 6 | | | | 11 |
| 107 | 5 | 9 | 4 | | | | 13 |
| Итого: | 5 | 14 | 28 | 14 | 14 | 25 | 100 |

Необходимо:

1. Вычислить групповые средние $\bar{x}_i$ и $\bar{y}_j$, построить эмпирические линии регрессии.

2. Предполагая, что между переменными $X$ и $Y$ существует линейная корреляционная зависимость:

а) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать экономическую интерпретацию полученных уравнений;

б) вычислить коэффициент корреляции; на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными $X$ и $Y$;

в) используя соответствующее уравнение регрессии, оценить среднемесячную заработную плату одного рабочего фермерского хозяйства, в котором работает 10 наемных рабочих.