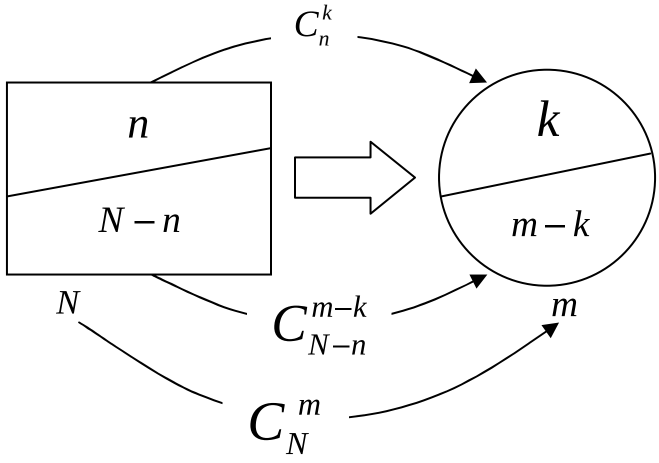
Методы решения задач по теории вероятностей

1. Схема выбора



$$P(A)=\frac{C_n^k\cdot C_{N-n}^{m-k}}{C_N^m}$$

$$C_N^m=\frac{N!}{m!(N-m)!}$$

2. Основные теоремы теории вероятностей

1. Теорема сложения для несовместных событий

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$
$$P\left(A+\overline{A}\right)=P(A)+P\left(\overline{A}\right)=1,\qquad P(A)=1-P\left(\overline{A}\right)$$

2. Теорема сложения для совместных событий

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$$
$$P(A+B+C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)-P(BC)-P(AC)+P(ABC)$$
$$P(A+B+C)=1-P\left(\overline{A+B+C}\right)=1-P\left(\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\right)$$

3. Теорема умножения для независимых событий

$$P(AB)=P(A)\cdot P(B)$$

4. Теорема умножения для зависимых событий

$$P(AB)=P(A)\cdot P_A(B)=P(B)\cdot P_B(A)$$
$$P(ABC)=P(A)\cdot P_A(B)\cdot P_{AB}(C)$$

5. Формула полной вероятности

$$P(B)=P(A_1)P_{A_1}(B)+P(A_2)P_{A_2}(B)+\ldots+P(A_n)P_{A_n}(B)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i)P_{A_i}(B)$$

6. Формулы Байеса

$$P_B(A_i)=\frac{P(A_i)P_{A_i}(B)}{P(B)}=\frac{P(A_i)P_{A_i}(B)}{\sum_{i=1}^{n}P(A_i)P_{A_i}(B)}$$

3. Схема Бернулли

1. Формула Бернулли

$$P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$$

2. Формула Пуассона

$$P_n(m) \approx \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}$$

$p - мало$
$n - велико$
$\lambda = np \le 10$

3. Локальная формула Муавра-Лапласа

$$P_n(m) \approx \frac{f(x)}{\sqrt{npq}}, \quad f(x) - функция\ Гаусса$$

$n - велико$
$p, q - близки$
$npq \ge 20$

$$x = \frac{m - np}{\sqrt{npq}} \qquad f(-x) = f(x) \qquad \forall x > 5 \quad f(x) = 0$$

4. Интегральная формула Муавра-Лапласа

$$P_n(a \le m \le b) \approx \frac{1}{2}\left[\varPhi(x_2) - \varPhi(x_1)\right], \quad \varPhi(x) - функция\ Лапласа$$

$n - велико$
$a, b - немалы$
$npq \ge 20$

$$x_1 = \frac{a - np}{\sqrt{npq}}, \quad x_2 = \frac{b - np}{\sqrt{npq}} \qquad \varPhi(-x) = -\varPhi(x) \qquad \forall x > 5 \quad \varPhi(x) = 1$$

Следствия интегральной формулы Муавра-Лапласа

1. $P_n\left(\left|m - np\right| \le \varepsilon\right) \approx \varPhi\left(\dfrac{\varepsilon}{\sqrt{npq}}\right)$

2. $P_n\left(\left|\dfrac{m}{n} - p\right| \le \Delta\right) \approx \varPhi\left(\Delta\sqrt{\dfrac{n}{pq}}\right)$