Плотность вероятности, ее свойства и график

Рассмотрим вероятность попадания сл.в. X на отрезок $[x; x+\Delta x]$.

Плотностью вероятности $\varphi(x)$ непрерывной сл.в. X называется производная ее функции распределения

$$\varphi(x) = F'(x)$$

$\varphi(x)$ существует только для непрерывных сл.в.

Свойства плотности вероятности

1. $\varphi(x) \geq 0$ –

2. Вероятность попадания непрерывной сл.в. X в отрезок $[a;b]$ определяется

3. $F(x) = \int\limits_{-\infty}^{x} \varphi(x)dx$.	4. $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x)dx = 1$

Пример 1 (см. тетрадь)

Нормальный закон распределения

Непрерывная сл.в. X имеет нормальный закон распределения с параметрами a и σ, если ее плотность вероятности имеет вид:

$$\varphi_N(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

Теоретико-вероятностный смысл параметров нормального закона состоит в следующем:

$$a = M(X), \quad \sigma^2 = D(X).$$

Зависимость положения и формы нормальной кривой от параметров

Параметр a –

$\sigma = const$

Параметр σ –

$a = const$

Функция распределения сл.в. X распределенной по $N(a;\sigma)$ выражается через функцию Лапласа по формуле

$$F_N(X) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\Phi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right)$$

Свойства сл.в. X распределенной по нормальному закону

1. Вероятность попадания сл.в. X в интервал $(x_1; x_2)$ равна

2. Вероятность того, что отклонение сл.в. X от математического ожидания a не превысит величину $\Delta > 0$, равна:

$$P\left(\left|X - a\right| \leq \Delta\right) = \Phi\left(\frac{\Delta}{\sigma}\right)$$

Правило трех сигм.