Посажено 600 семян кукурузы. Вероятность прорастания для каждого семени равна 0,9. Найти границы, в которых с вероятностью 0,9951 заключена доля взошедших семян.

Решение.

Соб. A – семя кукурузы проросло.

$p = P(A) = 0,9$, $n = 600$.

Для определения границ, в которых заключена доля взошедших семян применим следствие интегральной теоремы Муавра-Лапласа: $P_n\left(\left|\frac{m}{n} - p\right| \le \Delta\right) \approx \Phi\left(\Delta\sqrt{\frac{n}{pq}}\right)$.

Из условия задачи известно, что

$\Phi\left(\Delta\sqrt{\frac{n}{pq}}\right) = 0,9951$. По таблице для функции Лапласа определяем значение аргумента $\Delta\sqrt{\frac{n}{pq}}$, получаем

$\Delta\sqrt{\frac{n}{pq}} = 2,81$. Найдем Δ при $n=600$, $p=0,9$, $q=0,1$.

$$\Delta = 2,81\sqrt{\frac{p\cdot q}{n}} = 2,81\cdot\sqrt{\frac{0,9\cdot 0,1}{600}} = \frac{0,3}{10\sqrt{6}} = 0,0122.$$

Находим границы для доли из неравенства $\left|\frac{m}{n} - p\right| \le \Delta$.

Получаем, $\left|\frac{m}{n} - 0,9\right| \le 0,0122$ или

$$-0,0122 \le \frac{m}{n} - 0,9 \le 0,0122$$

$$0,8878 \le \frac{m}{n} \le 0,9122$$

Ответ: с вероятностью 0,9951 доля взошедших семян будет находиться в границах от 0,887 до 0,913.

С конвейера сходит в среднем 85% изделий первого сорта. Сколько изделий необходимо взять, чтобы с вероятностью 0,997 отклонение доли изделий первого сорта среди отобранных от 0,85 не превосходило 0,01 (по абсолютной величине)?

Решение.

Соб. A – выпущенное изделие первого сорта.

$p = P(A) = 0{,}85$, $n - ?$, $\Delta = 0{,}01$.

Для определения числа изделий воспользуемся следствием интегральной теоремы Муавра-Лапласа для доли:

$$P_n\left(\left|\frac{m}{n} - p\right| \leq \Delta\right) \approx \Phi\left(\Delta\sqrt{\frac{n}{pq}}\right).$$

По условию задачи известно, что $\Phi\left(\Delta\sqrt{\frac{n}{pq}}\right) = 0{,}997$.

По таблице для функции Лапласа определяем значение аргумента $\Delta\sqrt{\frac{n}{pq}}$, получаем $\Delta\sqrt{\frac{n}{pq}} = 2{,}97$.

Из полученного равенства выразим n.

$$n = \frac{2{,}97^2 \cdot p \cdot q}{\Delta^2} = \frac{2{,}97^2 \cdot 0{,}85 \cdot 0{,}15}{0{,}01^2} = 11246{,}6475$$

Округляем до целого числа, $n \approx 11247$.

Ответ: необходимо взять 11247 изделий.

Вероятность того, что телевизор выдержит гарантийный срок работы, равна 0,8. Найти границы, в которых с вероятностью 0,9955 заключено число телевизоров, выдержавших гарантийный срок службы из 1000 выпущенных.

Решение.

Соб. A — телевизор выдержит гарантийный срок работы.

$p = P(A) = 0{,}8$, $n = 1000$.

Для определения числа телевизоров, выдержавших гарантийный срок службы воспользуемся следствием интегральной теоремы Муавра-Лапласа:

$$P_n\left(|m - np| \leq \varepsilon\right) \approx \Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{npq}}\right).$$

По условию задачи известно, что $\Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{npq}}\right) = 0{,}9955$.

По таблице для функции Лапласа определяем значение аргумента $\frac{\varepsilon}{\sqrt{npq}}$, получаем $\frac{\varepsilon}{\sqrt{npq}} = 2{,}84$.

Из полученного равенства найдем ε.

$$\varepsilon = 2{,}84 \cdot \sqrt{npq} = 2{,}84 \cdot \sqrt{1000 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2} \simeq 35{,}9235.$$

Границы для числа телевизоров найдем из неравенства $|m - np| \leq \varepsilon$. Получаем,

$|m - 1000 \cdot 0{,}8| \leq 35{,}9235$ или

$-35{,}9235 \leq m - 800 \leq 35{,}9235$

$764{,}0765 \leq m \leq 835{,}9235$

Ответ: с вероятностью 0,9955 число телевизоров, выдержавших гарантийный срок службы будет находиться в границах от 764 до 836.