Вопросы к экзамену по дисциплине «Линейная алгебра»

для студентов дневного отделения направления «Экономика»

1. Понятие матрицы. Виды матриц. Транспонирование матрицы. Равенство матриц. Алгебраические операции над матрицами: умножение на число, сложение, умножение матриц.

2. Квадратная матрица и ее определитель. Особенная и неособенная квадратные матрицы. Присоединенная матрица. Матрица, обратная данной, и алгоритм ее вычисления.

3. Определители 2, 3 и n -го порядков (определения и их свойства). Теорема Лапласа о разложении определителя по элементам строки или столбца.

4. Понятие минора k -го порядка. Ранг матрицы (определение). Вычисление ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.

5. Линейная независимость столбцов (строк) матрицы. Теорема о ранге матрицы.

6. Система n линейных уравнений с n переменными (общий вид). Матричная форма записи такой системы. Решение системы (определение). Совместные и несовместные, определенные и неопределенные системы линейных уравнений.

7. Метод Гаусса решения системы n линейных уравнений с n переменными. Понятие о методе Жордана – Гаусса.

8. Система m линейных уравнений с n переменными. Теорема Кронекера – Капелли. Условие определенности и неопределенности любой системы линейных уравнений.

9. Базисные (основные) и свободные (неосновные) переменные системы m линейных уравнений с n переменными. Базисное решение.

10. Система линейных однородных уравнений и ее решения. Условие существования ненулевых решений такой системы.

11. Векторы на плоскости и в пространстве (геометрические векторы). Линейные операции над векторами (сложение, умножение вектора на число). Коллинеарные и компланарные векторы.

12. Скалярное произведение двух векторов (определение) и его выражение в координатной форме. Угол между векторами.

13. n -мерный вектор. Линейная комбинация, линейная зависимость и независимость векторов.

14. Векторное (линейное) пространство. Его размерность и базис. Теорема о существовании и единственности разложения вектора линейного пространства по векторам базиса.

15. Скалярное произведение векторов в n -мерном пространстве. Евклидово пространство. Длина (норма) вектора.
16. Ортогональные векторы. Ортогональный и ортонормированный базисы. Теорема о существовании ортонормированного базиса в евклидовом пространстве.
17. Определение оператора. Понятие линейного оператора. Образ и прообраз векторов.
18. Матрица линейного оператора в заданном базисе: связь между вектором x и образом y . Ранг оператора. Операции над линейными операторами. Нулевой и тождественный операторы.
19. Собственные векторы и собственные значения оператора $\tilde{A}$ (матрицы A). Характеристический многочлен оператора и его характеристическое уравнение.
20. Квадратичная форма (определение). Матрица квадратичной формы. Ранг квадратичной формы.
21. Квадратичная форма (канонический вид). Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Закон инерции квадратичных форм.
22. Положительно и отрицательно определенная, знакоопределенная квадратичные формы. Критерии знакоопределенности квадратичной формы (через собственные значения ее матрицы и по критерию Сильвестра).