

Вопросы к экзамену по дисциплине

«Линейная алгебра»

1. Понятие матрицы. Виды матриц. Транспонирование матрицы. Равенство матриц. Алгебраические операции над матрицами: умножение на число, сложение, умножение матриц.

2. Определители 2, 3 и n -го порядков (определения и их свойства). Теорема Лапласа о разложении определителя по элементам строки или столбца.

3. Квадратная матрица и ее определитель. Особенная и неособенная квадратные матрицы. Присоединенная матрица. Матрица, обратная данной, и алгоритм ее вычисления.

4. Понятие минора k -го порядка. Ранг матрицы (определение). Вычисление ранга матрицы с помощью элементарных преобразований. Пример.

5. Линейная независимость столбцов (строк) матрицы. Теорема о ранге матрицы.

6. Система n линейных уравнений с n переменными (общий вид). Матричная форма записи такой системы. Решение системы (определение). Совместные и несовместные, определенные и неопределенные системы линейных уравнений.

7. Метод Гаусса решения системы n линейных уравнений с n переменными. Понятие о методе Жордана – Гаусса.

8. Система m линейных уравнений с n переменными. Теорема Кронекера – Капелли. Условие определенности и неопределенности любой системы линейных уравнений.

9. Базисные (основные) и свободные (неосновные) переменные системы m линейных уравнений с n переменными. Базисное решение.

10. Система линейных однородных уравнений и ее решения. Условие существования ненулевых решений такой системы.

11. Векторы на плоскости и в пространстве (геометрические векторы). Линейные операции над векторами (сложение, умножение вектора на число). Коллинеарные и компланарные векторы.

12. Скалярное произведение двух векторов (определение) и его выражение в координатной форме. Угол между векторами.

13. n -мерный вектор. Линейная комбинация, линейная зависимость и независимость векторов.

14. Векторное (линейное) пространство. Его размерность и базис. Теорема о существовании и единственности разложения вектора линейного пространства по векторам базиса.

15. Скалярное произведение векторов в n -мерном пространстве. Евклидово пространство. Длина (норма) вектора.

16. Ортогональные векторы. Ортогональный и ортонормированный базисы. Теорема о существовании ортонормированного базиса в евклидовом пространстве.

17. Определение оператора. Понятие линейного оператора. Образ и прообраз векторов.

18. Матрица линейного оператора в заданном базисе: связь между вектором x и образом y . Ранг оператора. Операции над линейными операторами. Нулевой и тождественный операторы.

19. Собственные векторы и собственные значения оператора \tilde{A} (матрицы A). Характеристический многочлен оператора и его характеристическое уравнение.

20. Матрица линейного оператора в базисе, состоящем из его собственных значений. Пример.

21. Квадратичная форма (определение). Матрица квадратичной формы. Ранг квадратичной формы. Пример.

22. Квадратичная форма (канонический вид). Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Пример. Закон инерции квадратичных форм.

23. Положительно и отрицательно определенная, знакоопределенная квадратичные формы. Критерии знакоопределенности квадратичной формы (через собственные значения ее матрицы и по критерию Сильвестра).

24. Уравнение линии на плоскости. Точка пересечения двух линий. Основные виды уравнений прямой на плоскости (одно из них вывести).

25. Общее уравнение прямой на плоскости, его исследование. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.

26. Кривые второго порядка, их общее уравнение. Нормальное уравнение окружности. Каноническое уравнение эллипса. Геометрический смысл параметров окружности и эллипса.

27. Канонические уравнения гиперболы и параболы. Геометрический смысл их параметров. Уравнение асимптот гиперболы. График обратной пропорциональной зависимости и квадратного трехчлена.

28. Общее уравнение плоскости в пространстве и его частные случаи. Нормальный вектор плоскости. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.

29. Уравнения прямой линии в пространстве как линии пересечения двух плоскостей. Канонические уравнения прямой. Направляющий вектор прямой. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых в пространстве.

30. Углы между двумя плоскостями, двумя прямыми, между прямой и плоскостью. Условия их параллельности и перпендикулярности.